Probabilidad y Estadística

Taller PAES

Héctor Olivero

hector.olivero@uv.cl

Instituto de Ingeniería Matemática - ingemat.uv.cl

26 de octubre de 2026

Probabilidad y aleatoriedad en la vida cotidiana

- ¿Cómo estará el clima mañana?

Probabilidad y aleatoriedad en la vida cotidiana

- ¿Cómo estará el clima mañana?
- ¿Va a subir el precio de una acción en la bolsa?

Probabilidad y aleatoriedad en la vida cotidiana

- ¿Cómo estará el clima mañana?
- ¿Va a subir el precio de una acción en la bolsa?
- ¿Voy a ganar a la loteria?

Probabilidad y aleatoriedad en la vida cotidiana

- ¿Cómo estará el clima mañana?
- ¿Va a subir el precio de una acción en la bolsa?
- ¿Voy a ganar a la loteria?
- ¿Al lanzar una moneda, voy a obtener cara o sello?

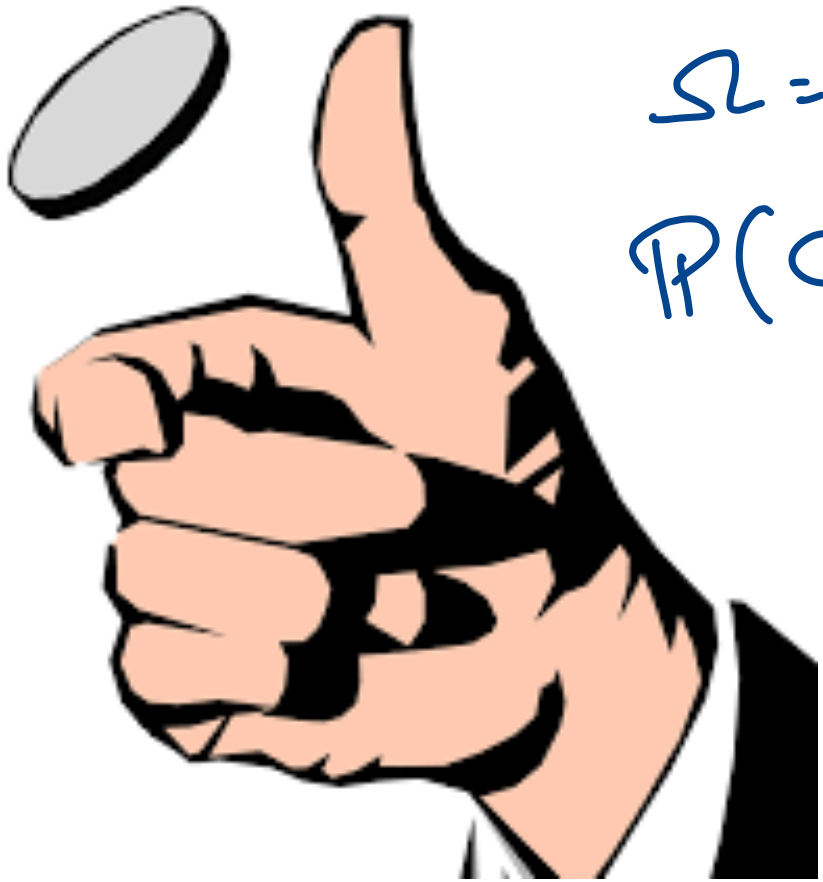
Noción clásica de probabilidad

Consideremos un experimento con n resultados posibles $\Omega = \{r_1, r_2, \ldots, r_n\}$, todos ellos igualmente factibles. Dado un subconjunto $R \subset \{r_1, r_2, \ldots, r_n\}$, diremos que la probabilidad de R, que denotaremos por $\mathbb{P}(R)$, se calcula como:

$$\mathbb{P}(R) = \frac{\#\{R\}}{\#\Omega} = \frac{n(R)}{n(\Omega)} = \frac{\text{Casos Favorables}}{\text{Casos totales}}$$

Ejemplo: Lanzamiento de monedas

¿Cual es la probabilidad de obtener cara?



2 Res. posibles.

$\Omega = \{C, S\}$

$P(C) = \frac{1}{2}$

Ejemplo: Lanzamiento de dados

¿Cual es la probabilidad de obtener un numero par si lanzo un dado?



$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$P = \{2, 4, 6\}$

$P(P) = \frac{3}{6} = 1/2$

Ejemplo: Lanzamiento de 3 monedas



¿Cual es la probabilidad de obtener 3 veces cara?

A

¿Cual es la probabilidad de obtener al menos un cara?

$B = \{(S,S,S)\}^c$



$\Omega = \{(C,C,C), (S,C,C), (C,S,C), (C,C,S),$
$(C,S,S), (S,C,S), (S,S,C), (S,S,S)\}$

$P(A) = \frac{1}{8}$, $P(B) = \frac{7}{8}$

PAES M1-2026

FORMA 111 – 2026

65. Un juego de azar consiste en lanzar tres monedas simultáneamente. El puntaje obtenido por un jugador está dado por la expresión $c - 2s$, tal que c y s corresponden a la cantidad de caras y de sellos, respectivamente, obtenidos en el lanzamiento.

¿Cuál es la probabilidad de que un jugador obtenga un puntaje negativo en un lanzamiento?

A) $\frac{1}{8}$

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{3}{8}$

D) $\frac{1}{2}$

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

	Puntaje
C, C, C	3
C, C, S	0
C, S, C	0
S, C, C	0
S, S, C	-3
S, C, S	-3
C, S, S	-3
S, S, S	-6

PAES M1-2024

51. En una encuesta, las personas indicaron su preferencia de estilo musical, eligiendo solo una de entre las opciones rock, pop, rap y reguetón, obteniéndose las respuestas que se presentan en la siguiente tabla:

Estilo Musical	Frecuencia
Rock	7
Pop	4
Rap	3
Reguetón	6

11
14
20

Si se selecciona al azar a una persona de las encuestadas, ¿cuál es la probabilidad de que prefiera el rock?

$\frac{7}{20}$.

PAES M1-2026

FORMA 111 – 2026

62. En la tabla adjunta se presentan los resultados de una encuesta realizada a un grupo de estudiantes sobre el área de preferencia para realizar sus estudios superiores.

Área de preferencia	Hombre	Mujer
Científica	7	10
Humanista	4	6
Matemática	8	9
Artística	3	5

Si se selecciona al azar a una persona del grupo de estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer y que escoja el área artística?

A) $\frac{5}{52}$

B) $\frac{1}{5}$

C) $\frac{5}{8}$

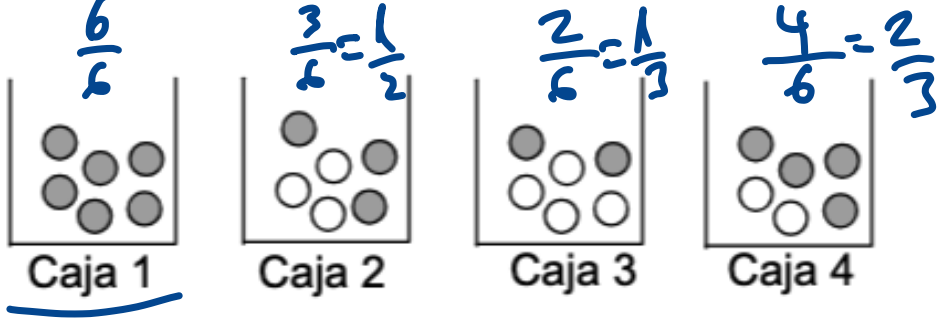
D) $\frac{5}{30}$

PAES M1-2024

FORMA 113 – 2025

53. Considera las siguientes cajas con sus respectivas bolitas grises y blancas.

$P(\text{gris}) =$



¿En cuál de las cajas, al extraer al azar una bolita, la probabilidad de que sea gris es mayor que $0{,}5$ y menor que 1?

Ejemplo: probabilidades en el poquer

Clasificación de las manos [editar]

Top	Nombre en español	*Nombre en inglés*	Descripción	Ejemplo	Combinaciones Posibles	Probabilidad
1	**Escalera real** o **flor imperial**	*Royal flush*	Cinco cartas seguidas del mismo palo del 10 al as.		4 de 2 598 960	0.000 154 %
2	**Escalera de color**	*Straight flush*	Cinco cartas consecutivas del mismo palo.		36 de 2 598 960	0.001 385 %
3	**Póker**	*Four of a kind* o *Quad*	Cuatro cartas iguales en su valor.		624 de 2 598 960	0.024 %
4	**Full**	*Full House*	Tres cartas iguales en su valor (trío), más otras dos iguales en su valor (pareja).		3744 de 2 598 960	0.144 057 6 %
5	**Color**	*Flush*	Cinco cartas del mismo palo, sin ser consecutivas.		5108 de 2 598 960	0.1965 %
6	**Escalera**	*Straight*	Cinco cartas consecutivas sin importar el palo.		10 200 de 2 598 960	0.3924 %
7	**Trío**	*Three of a kind* o *Set*	Tres cartas iguales de valor.		54 912 de 2 598 960	2.1113 %
8	**Doble pareja**	*Two pair* o *Pocket*	Dos pares de cartas del mismo número (par y par).		123 552 de 2 598 960	4.759 %
9	**Pareja**	*One pair*	Dos cartas iguales de número (y tres diferentes).		1 098 240 de 2 598 960	42.257 %
10	**Carta alta**	*High card*	Gana quien tiene la carta más alta de todas.		1 302 540 de 2 598 960	50.1177 %

Figura: Fuente: Wikipedia

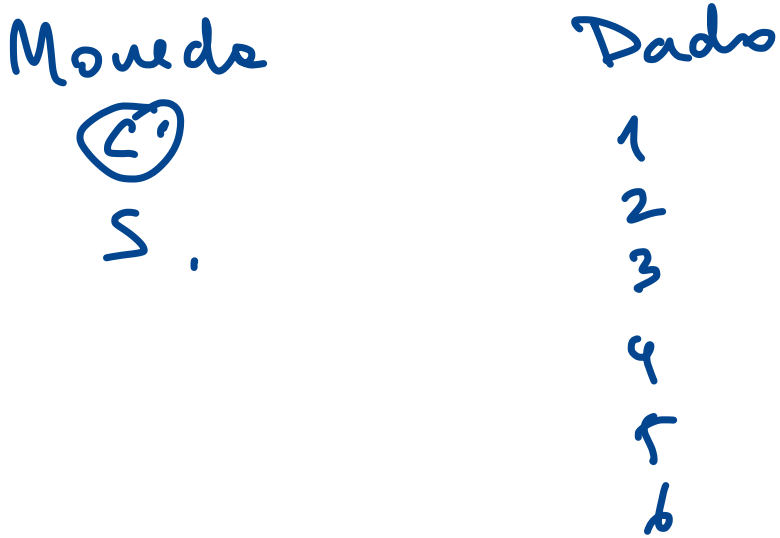
Principio básico del conteo

Supuestos:

- Se realizan dos experimentos: $\mathcal{E}_1$ y $\mathcal{E}_2$.
- $\mathcal{E}_1$ tiene N_1 resultados posibles.
- Por cada resultado de $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ tiene N_2 resultados posibles.

Conclusión:

- El experimento que consiste en realizar simultáneamente $\mathcal{E}_1$ y $\mathcal{E}_2$, el que denotamos como $\mathcal{E}_1 \times \mathcal{E}_2$, tiene $N_1 \times N_2$ resultados posibles.



Ejemplo

Supongamos que en un colegio hay dos cuartos medios. En el cuarto medio A hay 25 estudiantes, mientras que en el cuarto medio B hay 31 estudiantes. Se debe escoger un(a) estudiante de cada curso para ser delegado(a) de curso. ¿Cuál es el número de posibles pares de delegado(a)s?

E_1 = Sacar delegado 4° A

E_2 = " " 4° B

$\#(E_1) = 25$

$\#(E_2) = 31$

parejas = $25 \times 31 = 775$

Principio del conteo generalizado

- K experimentos $\mathcal{E}_i$, $i = 1, \ldots, N$.
- $\mathcal{E}_1$ puede terminar en N_1 resultados posibles.
- Por cada resultado de $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ tiene N_2 resultados posibles.
- Por cada resultado de $\mathcal{E}_1 \times \mathcal{E}_2$, $\mathcal{E}_3$ tiene N_3 resultados posibles.
- Por cada resultado de $\mathcal{E}_1 \times \mathcal{E}_2 \times \mathcal{E}_3$, $\mathcal{E}_4$ tiene N_4 resultados posibles.

$\vdots$

- Por cada resultado de $\mathcal{E}_1 \times \mathcal{E}_2 \times \ldots \times \mathcal{E}_{K-1}$, $\mathcal{E}_K$ tiene N_K resultados posibles.

Entonces $\mathcal{E}_1 \times \ldots \times \mathcal{E}_K$, tiene $N_1 \times \ldots \times N_K$ resultados posibles.

Ejemplo

¿Cuántas palabras de K caracteres es posible formar?

Tenemos 27 letras en el alfabeto:

$\underset{1}{\underline{27}}\ \underset{2}{\underline{27}} = 27^2$ palabras de 2 letras

$\underset{1}{\underline{27}}\ \underset{2}{\underline{27}}\ \underset{3}{\underline{27}} = 27^3$ " de 3 letras

$\underset{1}{\underline{27}}\ \underset{2}{\underline{27}}\ \underset{3}{\underline{\ }} \cdots \underset{K}{\underline{\ }} = 27^K$ palabras de K letras.

Tuplas

Una tupla es una lista ordenada de objetos. ¿Cuántas tuplas de tamaño K es posible construir con N objetos distintos? Este numero lo denotamos P_k^N.

$N=6$ $\quad \frac{6}{1}\ \frac{5}{2}\ \frac{4}{3}\ \frac{3}{4} = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1} = \frac{6!}{(6-4)!}$

$K=4$

$$P_K^N = \frac{N!}{(N-K)!}$$

$\frac{N}{1}\ \frac{N-1}{2}\ \frac{N-2}{3}\ \cdots\ \frac{N-(K-1)}{K}$, $P_K^N = N\cdot(N-1)\cdots(N-(K-1)) = \frac{N!}{(N-K)!}$

¿Cuántas tuplas de tamaño 3 es posible construir con 4 objetos distintos?

$$P_3^4 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 1\cdot2\cdot3\cdot4 = 24$$

Subconjuntos

El numero de subconjuntos distintos de tamaño K que se pueden construir a partir de N objetos es el numero de combinaciones de N en k:

$$\binom{N}{k} = \frac{N!}{(N-k)!k!}$$

$\{a,b\} = \{b,a\}$

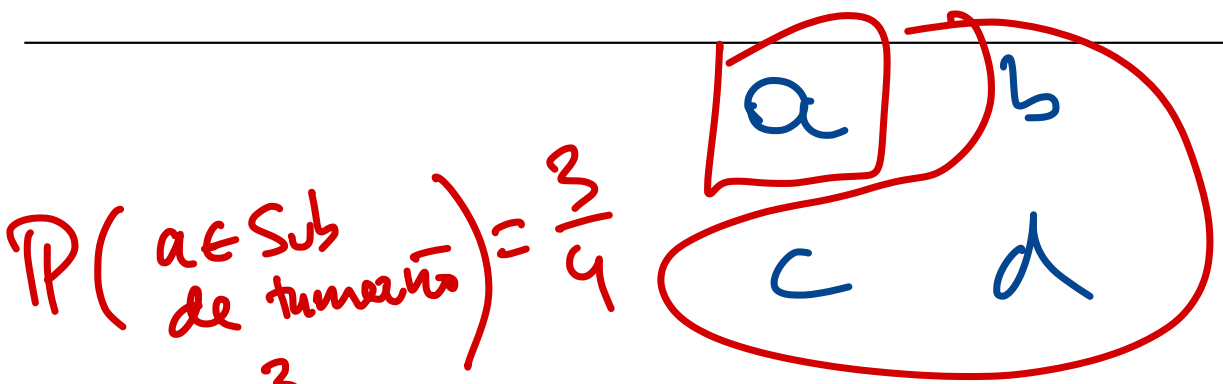
$(a,b) \neq (b,a)$

¿Cuántas subconjuntos de tamaño 3 es posible construir con 4 objetos distintos?

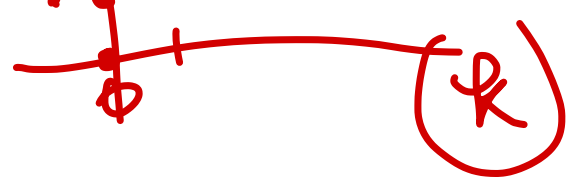
$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{1!\cdot 3!} = \frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1} = 4$$

$\binom{N}{k} = \binom{N}{N-k}$

$\binom{N}{k}$, $N=10$ $\binom{10}{k}$



$P(a \in \text{Sub de tamaño } 3) = \frac{3}{4}$



- Si suponemos que todos los resultados son =mente probables:

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{CF}{CT}$$

- PPio del Conteo:

N_1 res. para E_1

N_2 res para E_2

$E_1 \otimes E_2$ tiene $N_1 \times N_2$ res.